Partiel 2020: Physique Atomique et Moléculaire

novembre 2020

-- TOUT DOCUMENT ET OBJET CONNECTÉ INTERDIT –

---

1. Question de cours

Expliquer l'expérience de Stern-Gerlach, en détaillant le résultat obtenu pour l'Hydrogène dans l'état *1s*, en s'appuyant sur un schéma du montage. Détailler en quoi une interprétation sur la base des moments magnétiques associés au mouvement orbitalaire n'explique pas le résultat obtenu expérimentalement.

2. L'effet de taille fini du noyau pour un système hydrogénoïde

Nous nous placerons dans le cadre de la théorie des perturbations indépendante du temps afin d'évaluer l'importance de l'effet de taille du noyau sur les niveaux d'énergie d'un système hydrogénoïde de charge nucléaire *Ze*.

a. Calculer $\langle r \rangle$ pour les états *1s* et *2s*.

b. Dans la suite, on considère un potentiel Coulombien écranté, de la forme:

$$V_{tf}(r) = \begin{cases} -\dfrac{Ze^2}{r} & pour\ r > r_0, \\ -\dfrac{Ze^2}{r_0} & pour\ r < r_0. \end{cases}$$

Ecrire le Hamiltonien H_{tf} du système écranté sous la forme $H_{tf} = H_0 + W(r)$, avec H_0 étant l'Hamiltonien non perturbé de l'atome d'hydrogène, et donner l'expression de la perturbation *W(r)* dans les différentes régions de l'espace.

c. En utilisant la théorie des perturbations au premier ordre, calculer l'effet de cette perturbation $\Delta E_{tf}(1s)$, $\Delta E_{tf}(2s)$ et $\Delta E_{tf}(2p)$, respectivement pour les niveaux *1s*, *2s* et *2p* de l'atome d'Hydrogène.
On considèrera $r_0 << a_0$, ce qui permettra les approximations $R_{nl}(r) \approx R_{nl}(0)$ pour $0 < r < r_0$; on fera le calcul pour un $R_{nl}(r)$ général avant de spécifier les états demandés.

d. Donner une interprétation physique des résultats obtenus. Analyser les dégénérescences des niveaux *1s*, *2s* et *2p* dans les cas *SANS et AVEC* perturbation.

T.S.V.P.

3. Atome d'Hydrogène incluant spin de l'électron et corrections relativistes

On considère l'atome d'Hydrogène dans $n=3$, en y incluant les effets du spin de l'électron.

a. Donner les nombres quantiques (n, l, m_l, m_s) possibles qui correspondent au niveau $n = 3$, et en déduire la dégénérescence de ce niveau.

Recenser les états dans la base découplée puis couplée ; pour cette dernière, on utilisera le moment angulaire total $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$.

Donner explicitement les nombres quantiques j possibles.

Donner aussi les états en notation spectroscopique $(n\, l_j)$.

b. Dans un premier temps, on considère uniquement l'interaction spin orbite, donnée pour l'Hydrogène par : $W_{SO} = A_{nl}\,(\vec{l}\cdot\vec{s})$ avec $A_{nl} = \dfrac{mc^2\alpha^4}{2\mathrm{n}^3}\left(\dfrac{1}{(l+\frac{1}{2})(l+1)\,l}\right)$.

Calculer la correction énergétique due à l'interaction spin orbite, ΔE_{SO}, pour tous les états énoncés en *a)* en appliquant la théorie des perturbations au premier ordre. Donner des valeurs numériques (en eV).

c. En incluant les autres termes relativistes (masse-vitesse, Darwin), la correction énergétique totale (dite de *'structure fine'*) s'écrit $\Delta E_{SF} = \dfrac{mc^2\alpha^4}{2\mathrm{n}^3}\left(\dfrac{3}{4\mathrm{n}} - \dfrac{2}{2\mathrm{j}+1}\right)$. Calculer (en eV) ces corrections pour les états correspondant au niveau n = 3.

d. Faire un schéma énergétique résumant les effets du spin-orbite et de l'ensemble des corrections relativistes en se basant sur les résultats obtenus ci-dessus.

Données:

functions radials de systèmes hydorgénoïdes: $R_{10} = 2\left(\frac{Z}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-Zr/a_0}$ $R_{21} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{Z}{2a_0}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{Zr}{a_0}\right) e^{-Zr/2a_0}$ $R_{20} = 2\left(\frac{Z}{2a_0}\right)^{\frac{3}{2}}\left(1-\frac{Zr}{2a_0}\right) e^{-Zr/2a_0}$	$\int_0^\infty x^n e^{-\alpha x}dx = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$ $mc^2\alpha^4 \approx 1.45\cdot10^{-3}eV$